

## MODELAGEM DE FORÇAS DE CORTE

Daniel Rodrigo Barreto Silva<sup>1</sup>

Valter Unterberger Filho<sup>2</sup>

Gilmar Ferreira Batalha<sup>3</sup>

2006  
Serviço de Bibliotecas  
Biblioteca de Engenharia Mecânica, Naval e Oceânica

### Resumo

Na busca constante da redução de custos e aumento de desempenho, ter conhecimentos das forças de corte é de grande importância para estimar os custos do processo bem como avaliar o desempenho da produção. Podendo predizer as forças de corte, podem-se encontrar pontos ótimos de trabalho, reduzindo o desgaste de ferramentas, que causam perda de material e uma produção de peças de qualidade inferior, evitando o uso de fluidos lubrificantes, altamente poluentes, e podem-se estimar custos. Este trabalho de iniciação científica visa estudar modelos de forças de corte em operação de fresamento de topo trabalhando em parceria com o aluno de mestrado Eng. Guilherme Cruz Rossi, que trabalha com a construção de um dinamômetro para a medição de forças de corte. Neste trabalho é estudado o processo de fresamento e é feita a modelagem analítica das forças de corte com o desenvolvimento de um algoritmo para a simulação computacional de forças de corte para um modelo específico.

**Palavras-chave:** fresamento de topo; modelo de forças de corte; simulação computacional de forças de corte.

## CUTTING FORCES MODEL FOR AN END MILLING PROCESS

### Abstract

With the aim to reduce manufacturing costs and improve performance, the knowledge of the cutting forces is very useful to analyze costs, performance and quality of the machining processes. By predicting cutting forces, we can optimize machining operations, reduce tool wear, which causes loss of material and a poor quality production, reduce or even avoid using high pollutant lubricant/coolant fluids and a better costs prediction. This initiation research work aims to study cutting forces models in end milling processes, having Eng. Guilherme Cruz Rossi as a partner, who develops a dynamometer to obtain the cutting forces experimentally. Machining processes, specifically milling processes, are reviewed and it is developed an algorithm to simulate computationally a specific model.

**Key words:** end milling; cutting forces models; computational simulation of cutting forces.

<sup>1</sup> Bolsista do CNPq/PIBIC 2004/2005

<sup>2</sup> Bolsista do CNPq/PIBIC. 2004/2005

<sup>3</sup> Professor do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da EPUSP



## 1. Introdução

### 1.1. Fresamento

O fresamento é a operação de usinagem com formação de cavaco caracterizada por:

- A ferramenta multicortante, chamada fresa, é provida de arestas cortantes dispostas simetricamente ao redor de um eixo;
- A ferramenta, para executar a sua função, possui movimento rotativo, ao redor de seu eixo, permitindo assim que cada um de seus dentes (arestas cortantes) retire uma parte de material;
- O movimento de avanço é geralmente feito pela própria peça, que está presa à mesa da máquina. Este movimento obriga a peça a passar sob a ferramenta que lhe dá a forma e dimensão desejada [1][2].

A operação de fresamento normalmente gera superfícies planas, mas pode gerar outras formas, dependendo do formato da ferramenta. O fato de o fresamento utilizar ferramenta multicortante, que pode se apresentar sob as mais variadas formas, confere a esta operação um caráter de versatilidade em face das várias superfícies necessárias numa peça em usinagem. Assim o fresamento pode competir com a furação, com o alargamento, o aplainamento, etc. [1]

A característica que distingue a operação de fresamento da operação de furação é a orientação entre o eixo da ferramenta e o eixo de avanço: no fresamento estes eixos são perpendiculares enquanto que na furação são paralelos. [2]

As operações de fresamento podem ser classificadas em dois tipos básicos, segundo a disposição dos dentes ativos da fresa:

- Fresamento de topo ou frontal: no fresamento de topo o eixo da ferramenta é perpendicular à superfície da peça a ser usinada e os dentes ativos estão na superfície frontal da ferramenta (Figura 1). O cavaco possui espessura regular e a máquina é pouco exigida, pois a força é distribuída em vários dentes da fresa, proporcionando um desempenho com menos vibração. O acabamento superficial é melhor que o conseguido com o fresamento tangencial e o volume de cavaco retirado por tempo, bem maior. As ferramentas utilizadas são ditas freses frontais ou de topo;
- Fresamento tangencial: neste tipo de fresamento o eixo da fresa está paralelo à superfície a ser usinada e os dentes ativos estão na superfície frontal da ferramenta (Figura 2). O cavaco possui forma de vírgula, exercendo uma força variável na máquina. Por este motivo é exigido um grande esforço da máquina e da ferramenta, além de não se conseguir baixa rugosidade no acabamento superficial. As ferramentas utilizadas são chamadas fresas cilíndricas ou tangenciais. [1][2][3]



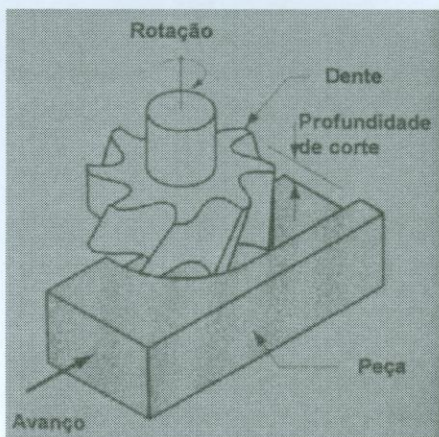


Figura 1: Fresamento de Topo ou Frontal.  
[2]

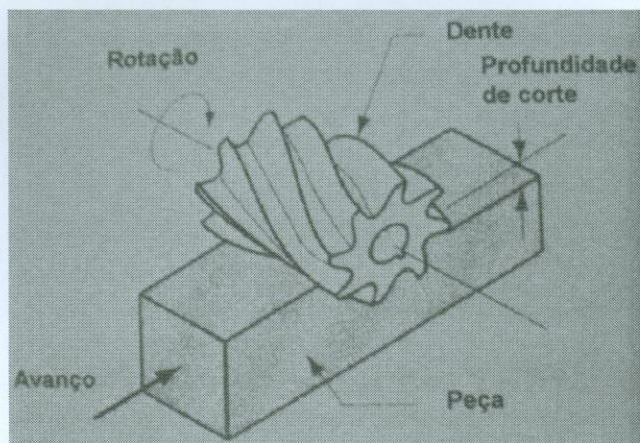


Figura 2: Fresamento Tangencial. [2]

No fresamento tangencial o sentido de rotação da ferramenta e o sentido de avanço podem ser combinados de duas formas, gerando dois processos de fresamento diferentes, o fresamento com movimento discordante e o fresamento com movimento concordante.

No fresamento com movimento discordante (Figura 3) o avanço da peça é contrário ao sentido de rotação da fresa, de forma que a espessura do cavaco gerado aumenta progressivamente até atingir uma espessura máxima quando a ferramenta de corte sai da peça usinada. Em virtude da maior espessura do cavaco na saída do dente e das vibrações conseqüentes não se consegue bom acabamento. O volume de cavaco retirado por tempo é pequeno e o sentido das forças de corte tende a “arrancar” a peça da mesa da máquina.

No fresamento com movimento concordante (Figura 4) o avanço da peça tem o mesmo sentido da rotação da fresa gerando cavaco com espessura máxima na entrada da ferramenta de corte e mínima na saída da ferramenta. Proporciona um melhor acabamento do que o movimento discordante e as forças de corte tendem sempre a comprimir a peça na mesa da máquina. [1][2][3]



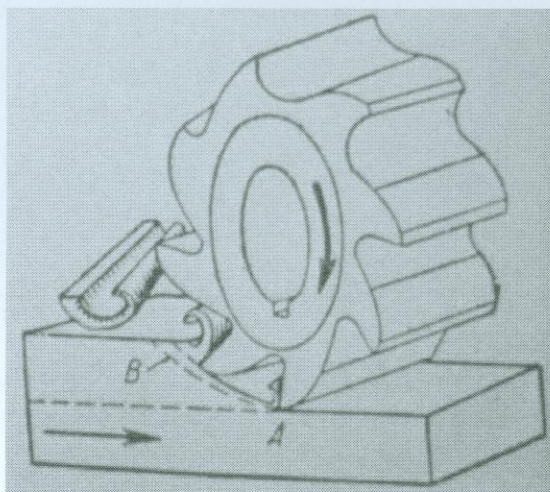


Figura 3: Fresamento Discordante. [3]

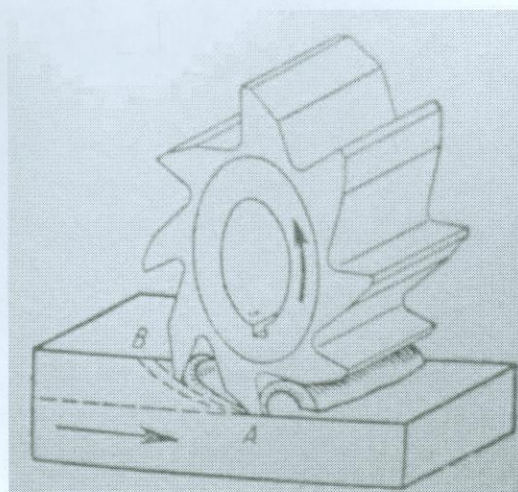


Figura 4: Fresamento Concordante. [3]

## 1.2. Mecanismo da Formação do Cavaco

Para uma explicação científica das diferentes grandezas relacionadas com usinagem dos metais, tais como desgaste de ferramenta e suas causas, forças de corte, aresta postiça de corte, etc., é necessário um estudo do processo de formação de cavaco.

A *teoria da plasticidade* não permite explicar satisfatoriamente os fenômenos observados na usinagem sendo então de essencial importância um estudo experimental. No processo de formação do cavaco, as velocidades e as deformações que ocorrem são muito grandes, comparadas com aquelas tratadas na teoria da plasticidade. Em geral, a formação de cavaco, nas condições normais de usinagem com ferramentas de metal duro ou de aço rápido, se processa da seguinte forma:

- Durante a usinagem, devido a penetração da ferramenta na peça, uma pequena porção de material (ainda solidária à peça) é recalcada contra a superfície de saída da ferramenta.
- O material recalcado sofre uma deformação plástica, a qual aumenta progressivamente, até que as tensões de cisalhamento se tornem suficientemente grandes, de modo a se iniciar um deslizamento (sem que haja com isto uma perda de coesão) entre a porção de material recalcado e a peça. Este deslizamento se realiza segundo os planos de cisalhamento dos cristais da porção de material recalcado. Durante a usinagem, estes planos instantâneos irão definir certa região entre a peça e o cavaco, dita região de cisalhamento. Para facilitar o tratamento matemático dado à formação do cavaco, esta região é assimilada a um plano, denominado *plano de cisalhamento*;
- Continuando a penetração da ferramenta em relação à peça, haverá uma ruptura parcial ou completa na região de cisalhamento, dependendo naturalmente da ductilidade do material e das condições de usinagem. Para os materiais altamente deformáveis, a ruptura se realiza somente nas imediações



da aresta cortante, o cavaco originado é denominado cavaco contínuo. Para materiais frágeis se origina o cavaco de cisalhamento ou de ruptura;

- Prosseguindo, devido ao movimento relativo entre a ferramenta e a peça, inicia-se um escorregamento da porção de material deformada e cisalhada (cavaco) sobre a superfície de saída da ferramenta. Enquanto tal ocorre, uma nova porção de material (imediatamente adjacente à porção anterior) está se formando e cisalhando. Esta nova porção de material irá também escorregar sobre a superfície de saída da ferramenta, repetindo novamente o fenômeno. [4]

Conforme foi explicado, conclui-se que o processo de formação de cavaco, nas condições normais de trabalho com ferramenta de metal duro ou de aço rápido, é um fenômeno periódico, inclusive na formação do cavaco contínuo. Tem-se alternadamente uma fase de recalque e uma fase de escorregamento, para cada pequena porção de material removido. A Figura 5 auxilia na compreensão de tal fenômeno. [4]

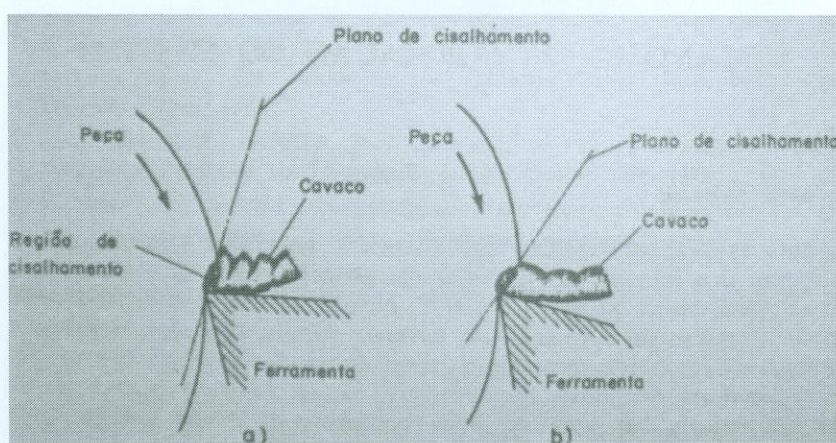


Figura 5: Formação de cavaco: a) cavaco de cisalhamento; b) cavaco contínuo. [4]

### 1.3. Tipos de Cavaco

Uma das classificações mais comuns consiste na subdivisão em três tipos de cavaco:

- Cavaco contínuo:** Apresenta-se constituído de lamelas justapostas numa disposição contínua e agrupadas em grupos lamelares. O cavaco contínuo forma-se na usinagem de materiais dúteis e homogêneos, com pequeno e médio avanço, não havendo interferência devido a vibrações externas ou à variação das condições de atrito na superfície de saída da ferramenta. A velocidade de corte é geralmente superior a 60  $m/min$ ;
- Cavaco de cisalhamento:** Apresenta-se constituído de grupos lamelares bem distintos e justapostos. Estes elementos de cavaco foram cisalhados na região de cisalhamento e parcialmente soldados em seguida. Forma-se quando houver diminuição da resistência do material no plano de cisalhamento, devido ao aumento da deformação, à heterogeneidade da estrutura metalográfica, ou a vibrações externas que conduzem às variações da espessura do cavaco. Este tipo de cavaco também se forma empregando-se grandes avanços, velocidades de corte geralmente inferiores a 100  $m/min$  e ângulo de saída pequeno;



- c) Cavaco de ruptura: Apresenta-se constituído de fragmentos arrancados da peça usinada. Há uma ruptura completa do material em grupos lamelares (na região de cisalhamento), os quais permanecem separados. Forma-se na usinagem de materiais frágeis ou de estrutura heterogênea, tais como ferro fundido ou latão. [3][4]

#### 1.4. Formas de Cavaco

Alem dos três tipos de cavacos, pode-se diferenciá-lo quanto à sua forma. Certas formas de cavaco dificultam a operação de usinagem, prejudicam o acabamento superficial da peça e desgastam mais ou menos a ferramenta. Há quatro formas de cavaco, que podem ser observadas na Figura 6:

- a) Cavaco em fita;
- b) Cavaco helicoidal;
- c) Cavaco espiral;
- d) Cavaco em lascas ou pedaços.

O cavaco em fita pode provocar acidentes, ocupa muito espaço e é difícil de ser transportado. Geralmente a forma de cavaco mais conveniente é a helicoidal; o cavaco em lascas é preferido somente quando houver pouco espaço disponível, ou quando o cavaco deve ser removido por fluido refrigerante, como no caso da furção profunda. [4]

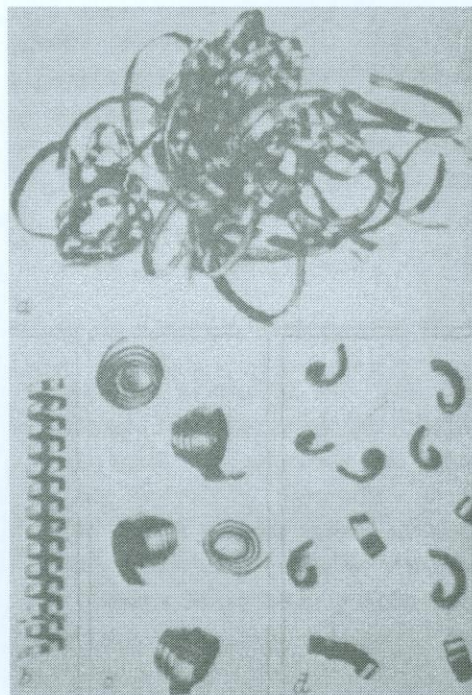


Figura 6: Formas de Cavaco: a) cavaco em fita; b) cavaco helicoidal; c) cavaco espiral; d) cavaco em lascas. [4]

Define-se coeficiente volumétrico de cavaco  $\omega$  a relação entre o volume ocupado pelo cavaco  $V_e$  e o volume correspondente ao seu peso  $V_p$ .

$$\omega = \frac{V_e}{V_p} = \frac{\rho \cdot V_e}{P \cdot 1000}$$

onde:  $V_e$  é o volume ocupado pelo cavaco, em  $cm^3$ ;

$P$  é o peso do cavaco, em  $kg$ ;

$\rho$  é o peso específico do material usinado, em  $g/cm^3$ .

Este coeficiente fornece apenas um valor relativo das diferentes formas de cavaco, pois depende da maneira com que o mesmo é armazenado. A figura 7 fornece os valores



de  $\omega$  para diferentes formas de cavaco. Para a determinação de  $V_e$  foi considerado o armazenamento manual de cavaco. [4]

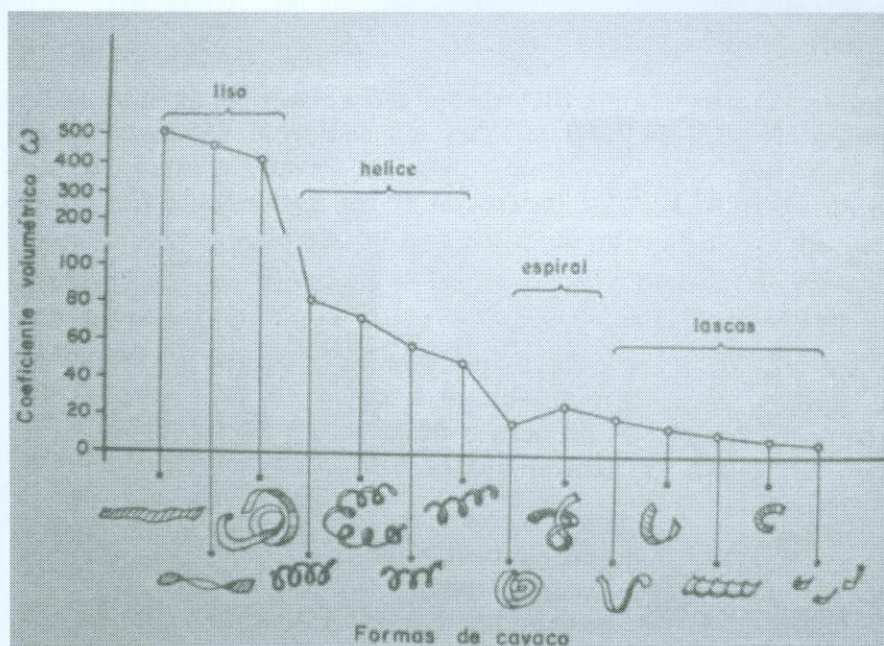


Figura 7: Influência da forma de cavaco no valor do coeficiente volumétrico [4].

Pode-se provocar a mudança da forma do cavaco sob diferentes maneiras:

- Alterando-se as condições de usinagem;
- Dando-se uma forma especial à superfície de saída da ferramenta;
- Colocando-se elementos adicionais na superfície de saída.

### 1.5. Pressão Específica de Corte

A pressão específica de corte é a força de corte para a unidade de área da seção de corte. Muitos modelos para o cálculo das forças de corte utilizam este parâmetro para relacionar a força de corte com as condições de trabalho. A pressão específica de corte é representada pelo símbolo  $K_s$ .

#### 1.5.1. Fatores que Influenciam a Pressão Específica de Corte.

Material da peça: a composição química do material exerce notável influência sobre o valor de  $K_s$ . Em geral, quando a dureza do material cresce,  $K_s$  também cresce, mas isso não pode ser tomado como regra. A adição de elementos de liga pode tanto aumentar como diminuir o valor de  $K_s$  (o aumento do teor de carbono em aços carbono acarreta um aumento de  $K_s$  enquanto que a adição da porcentagem de fósforo provoca uma diminuição). A propriedade que pode ser melhor correlacionada com a pressão específica de corte é a tensão de ruptura (ou escoamento) ao cisalhamento do material, já que a formação de cavaco é um processo que envolve bastante cisalhamento. Mas esta relação deve ser utilizada com cautela, uma vez que os ensaios envolvendo tensões



de ruptura e escoamento são ensaios estáticos, enquanto que o processo de formação de cavaco ocorre a uma frequência muito alta.

Seção de corte: verifica-se experimentalmente que a pressão específica de corte diminui com o aumento da área da seção de corte. O aumento do avanço ou da espessura de corte fazem com que o valor de  $K_s$  diminua.

Geometria da ferramenta: quanto maior o valor do ângulo de saída ( $\alpha_r$ ) e de inclinação, tanto menor será o valor de  $K_s$ , pois a deformação do cavaco diminui. O ângulo de folga ( $\varepsilon$ ) quando muito pequeno, tende a aumentar o valor de  $K_s$ , pois causa um aumento de atrito entre a ferramenta e a peça.

Material da ferramenta: a variação do material da ferramenta pode mudar o coeficiente de atrito entre o cavaco e a superfície de saída da ferramenta, mas esta alteração não influi significativamente no valor de  $K_s$ .

Velocidade de corte: em geral, o aumento da velocidade de corte tende a diminuir o valor de  $K_s$ . Assim, no corte de materiais dúcteis com velocidades de corte baixas (onde há formação de aresta postiça de corte), os valores de  $K_s$  variam dependendo do tamanho da APC. Em velocidades de corte usualmente utilizadas (sem APC), os valores de  $K_s$  tendem a diminuir levemente com o crescimento da velocidade de corte.

Condições de lubrificação e refrigeração: somente em velocidades de corte baixas os fluidos de corte contribuem para o abaixamento da força de usinagem. Quanto maior for a penetração do fluido de corte e quão maior for o efeito lubrificante deste fluido, maior será a diminuição de  $K_s$ .

Afiação da ferramenta:  $K_s$  aumenta a medida que o desgaste da ferramenta cresce. Dependendo do tipo de desgaste da ferramenta o aumento de  $K_s$  pode não ser tão significativo. [2][4]

### 1.6. O Corte Ortogonal

No corte ortogonal o material é removido pela aresta cortante (ferramenta) que está posicionada perpendicularmente ao movimento relativo da ferramenta. Este movimento bidimensional é muito mais simples do que ocorre no fresamento de topo, porém sua compreensão é fundamental para o entendimento do corte oblíquo que é tridimensional. O equacionamento das forças de corte tridimensionais pode ser obtido através de modelos de transformações geométricas e cinemáticas aplicadas ao processo de corte ortogonal. [5]

Como se trata de um corte bidimensional, as únicas forças aparecerão na direção da velocidade e da espessura do metal a ser cortado. Estas forças são denominadas força tangencial ( $F_t$ ) e força de avanço ( $F_f$ ). No corte oblíquo tem-se uma força a mais denominada força radial ( $F_r$ ) originada pelo ângulo de inclinação ( $i$ ) da ferramenta. A força resultante ( $F$ ) atuante é obtida através da seguinte relação:



$$F = \sqrt{F_t^2 + F_f^2}$$

A força de cisalhamento ( $F_s$ ) e a força normal ( $F_n$ ) atuantes no plano de cisalhamento são derivadas da geometria, onde  $\beta_a$  é o ângulo de atrito entre o cavaco que está sendo formado e a ferramenta (supondo  $\mu$  o coeficiente de atrito entre a ferramenta e o cavaco sendo formado  $\mu = \tan \beta_a$ ),  $\phi_c$  é o ângulo de cisalhamento e  $\alpha_r$  é o ângulo de saída da ferramenta:

$$\begin{cases} F_s = F \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \\ F_n = F \cdot \sin(\phi_c + \beta_a - \alpha_r) \end{cases} \quad (1)$$

A força normal e a força de cisalhamento também podem ser expressas através da relação extraída do chamado *círculo de Merchant* mostrado na Figura 8:

$$F_s = F_t \cdot \cos \phi_c - F_f \cdot \sin \phi_c$$

$$F_n = F_t \cdot \sin \phi_c - F_f \cdot \cos \phi_c$$

Assumindo que a distribuição das tensões é uniforme no plano de cisalhamento, a tensão de cisalhamento é definida por:

$$\tau_s = \frac{F_s}{A_s} \quad (2)$$

Onde a área do plano de cisalhamento pode ser obtida através da relação entre a largura do corte ( $b$ ), a espessura do cavaco ( $h$ ) e do ângulo de cisalhamento entre a velocidade de corte ( $V$ ) e o plano de cisalhamento:

$$A_s = b \frac{h}{\sin \phi_c} \quad (3)$$

A força de cisalhamento pode então ser escrita, com o uso das equações (2) e (3), na forma:

$$F_s = \tau_s \cdot b \cdot \frac{h}{\sin \phi_c} \quad (4)$$

Conseqüentemente, a força resultante ( $F$ ) pode ser escrita em função dos parâmetros geométricos e da tensão de cisalhamento com o uso de (1) e (4):

$$F = \frac{F_s}{\cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} = \tau_s \cdot b \cdot h \cdot \frac{1}{\sin \phi_c \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \quad (5)$$

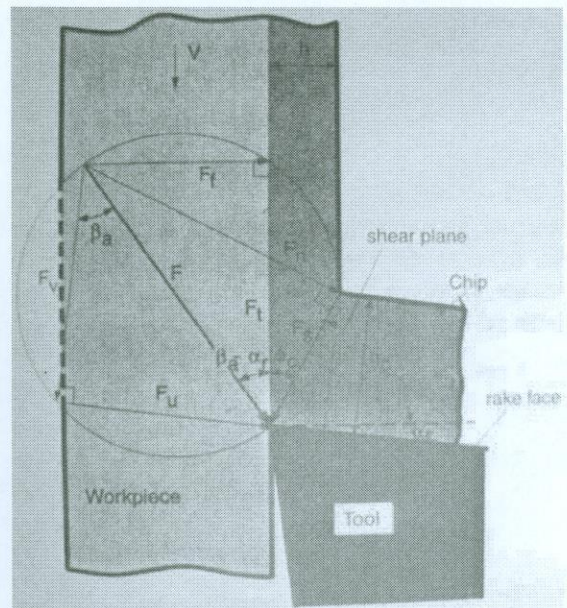


Figura 8: Círculo de Merchant. [5]



A força tangencial ( $F_t$ ) e de avanço ( $F_f$ ) podem ser expressas em função da força resultante ( $F$ ), como pode ser observado no *círculo de Merchant* na Figura 8:

$$\begin{cases} F_t = F \cdot \cos(\beta_a - \alpha_r) \\ F_f = F \cdot \sin(\beta_a - \alpha_r) \end{cases} \quad (6)$$

Substituindo (5) em (6) pode-se achar as principais forças de corte como funções da geometria da ferramenta e das condições de corte (i. e., espessura do cavaco ( $h$ ), largura do corte ( $b$ )) e também dependente do material e do processo envolvido ( $\tau_s$ ,  $\phi_c$ ,  $\beta_a$ ,  $\alpha_r$ ):

$$\begin{cases} F_t = b \cdot h \cdot \left[ \tau_s \cdot \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] \\ F_f = b \cdot h \cdot \left[ \tau_s \cdot \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \right] \end{cases} \quad (7)$$

Na literatura os parâmetros de corte conhecidos como *pressão específica de corte* ou *coeficiente da força de corte tangencial* ( $K_t$ ) e a *constante da força de avanço* ( $K_f$ ) são definidos por:

$$\begin{cases} K_t = \tau_s \cdot \frac{\cos(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \\ K_f = \tau_s \cdot \frac{\sin(\beta_a - \alpha_r)}{\sin \phi_c \cdot \cos(\phi_c + \beta_a - \alpha_r)} \end{cases} \quad (8)$$

Também é de costume usar uma outra convenção para constantes de corte, com  $K_f$  adimensional, onde a força de avanço é considerada proporcional à força tangencial, sendo caracterizada pela seguinte relação:

$$K_f = \frac{F_f}{F_t} = \tan(\beta_a - \alpha_r)$$

Como pode ser visto, a pressão específica de corte é função da tensão de cisalhamento da peça que está sendo trabalhada, do ângulo de cisalhamento, geometria da ferramenta e do ângulo de atrito entre a ferramenta e o cavaco que está sendo formado. Na equação (8), a princípio, somente a geometria da ferramenta é conhecida. O ângulo de atrito depende do lubrificante usado, da área de contato entre a ferramenta e o cavaco formado e do material tanto da ferramenta como da peça usinada. Por este motivo é comum definir as forças de corte como funções das condições de corte, isto é, função de  $b$  e  $h$ , e também das constantes de corte  $K_{tc}$  e  $K_{fc}$ :

$$\begin{cases} F_t = K_{tc} \cdot b \cdot h + K_{te} \cdot b \\ F_f = K_{fc} \cdot b \cdot h + K_{fe} \cdot b \end{cases}$$

As constantes de corte  $K_{tc}$  e  $K_{fc}$  e os coeficientes de força da aresta de corte  $K_{te}$  e  $K_{fe}$ , que não contribuem para o cisalhamento, são determinados experimentalmente para



cada par peça-ferramenta. É importante notar que os coeficientes que não contribuem para o cisalhamento variam com o desgaste da ferramenta. [5]

### 1.7. O Corte Oblíquo

No corte oblíquo, o fato de a ferramenta se encontrar inclinada de um ângulo de inclinação  $i$ , a força de corte resultante terá, além da componente tangencial ( $F_t$ ) e da de avanço ( $F_f$ ), uma componente denominada força radial ( $F_r$ ). Essas componentes são expressas em função da tensão de cisalhamento do material durante o corte  $\tau_s$ , dos ângulos que determinam a direção da força resultante  $\theta_n$  e  $\theta_i$ , do ângulo de inclinação  $i$  e dos ângulos de cisalhamento  $\phi_n$  e  $\phi_i$ . As expressões para as forças de corte podem ser obtidas de forma similar à utilizada na demonstração das forças do corte ortogonal. Os parâmetros geométricos podem ser melhor observados na Figura 9: [5]

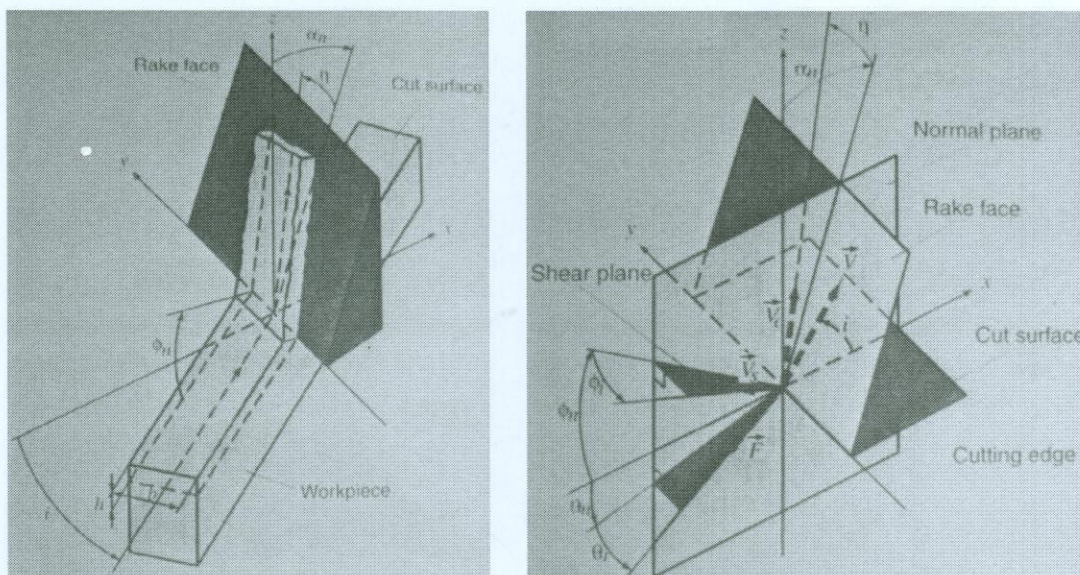


Figura 9: Geometria do corte oblíquo. [5]

$$\begin{cases} F_t = F \cdot (\cos \theta_i \cdot \cos \theta_n \cdot \cos i + \sin \theta_i \cdot \sin i) = \frac{\tau_s \cdot b \cdot h \cdot (\cos \theta_n + \tan \theta_i \cdot \tan i)}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \sin \phi_n} \\ F_f = F \cdot \cos \theta_i \cdot \sin \theta_n = \frac{\tau_s \cdot b \cdot h \cdot \sin \theta_n}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \cos i \cdot \sin \phi_n} \\ F_r = F \cdot (\sin \theta_i \cdot \cos i - \cos \theta_i \cdot \cos \theta_n \cdot \sin i) = \frac{\tau_s \cdot b \cdot h \cdot (\tan \theta_i - \cos \theta_n \cdot \tan i)}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \sin \phi_n} \end{cases}$$

É conveniente expressar as forças de corte da seguinte forma:

$$\begin{cases} F_t = K_{tc} \cdot b \cdot h + K_{te} \cdot b \\ F_f = K_{fc} \cdot b \cdot h + K_{fe} \cdot b \\ F_r = K_{rc} \cdot b \cdot h + K_{re} \cdot b \end{cases}$$



Onde as constantes de corte (pressão específica de corte) correspondem a:

$$\begin{cases} K_{tc} = \frac{\tau_s \cdot (\cos \theta_n + \tan \theta_i \cdot \tan i)}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \sin \phi_n} \\ K_{fc} = \frac{\tau_s \cdot \sin \theta_n}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \cos i \cdot \sin \phi_n} \\ K_{rc} = \frac{\tau_s \cdot (\tan \theta_i - \cos \theta_n \cdot \tan i)}{[\cos(\theta_n + \phi_n) \cdot \cos \phi_i + \tan \theta_i \cdot \sin \phi_i] \cdot \sin \phi_n} \end{cases}$$

### 1.8. Forças de Corte no Processo de Fresamento

No processo de fresamento, diferentemente do processo de furação, a espessura do cavaco ( $h$ ) varia periodicamente em função do tempo e pode ser aproximado como sendo  $h_{(\phi)} = c \cdot \sin \phi$ , onde  $c$  é o avanço ( $mm/revolução$ ) e  $\phi$  é o ângulo instantâneo de imersão. As forças tangencial ( $F_{t(\phi)}$ ), radial ( $F_{r(\phi)}$ ) e axial ( $F_{a(\phi)}$ ) são expressas como função da área do cavaco que será removido ( $a \cdot h_{(\phi)}$ ) e do comprimento da aresta de contato ( $a$ ):

$$\begin{cases} F_{t(\phi)} = K_{tc} \cdot a \cdot h_{(\phi)} + K_{te} \cdot a \\ F_{r(\phi)} = K_{rc} \cdot a \cdot h_{(\phi)} + K_{re} \cdot a \\ F_{a(\phi)} = K_{ac} \cdot a \cdot h_{(\phi)} + K_{ae} \cdot a \end{cases}$$

Onde  $K_{tc}$ ,  $K_{rc}$  e  $K_{ac}$  são os coeficientes da força de corte que contribuem para o cisalhamento nas direções tangencial, radial e axial respectivamente, e  $K_{te}$ ,  $K_{re}$  e  $K_{ae}$  são as constantes de força da aresta de corte que não influenciam no cisalhamento. Assume-se coeficientes constantes para um dado par ferramenta-peça. [5]

Sendo  $D$  o diâmetro do cortador, o torque instantâneo no rotor da fresadora é:

$$T_c = F_t \cdot \frac{D}{2}$$

Em coordenadas cartesianas as forças podem ser expressas na seguinte forma:

$$\begin{cases} F_{x(\phi)} = -F_t \cdot \cos \phi - F_r \cdot \sin \phi \\ F_{y(\phi)} = +F_t \cdot \sin \phi + F_r \cdot \cos \phi \\ F_{z(\phi)} = +F_a \end{cases}$$

Deve-se ressaltar que as forças de corte são produzidas somente na zona de corte, ou seja, na região  $\phi_{st} \leq \phi \leq \phi_{ex}$ , onde  $\phi_{st}$  e  $\phi_{ex}$  são os ângulos de entrada e saída da ferramenta respectivamente. Outro aspecto importante é que provavelmente deverá haver mais de um dente cortando simultaneamente, dependendo do número de dentes da ferramenta e do comprimento radial do corte. O espaçamento entre os dentes é dado por:



$$\phi_p = \frac{2\pi}{N}$$

$N$  é o numero de dentes no cortador. Haverá mais de um dente cortando simultaneamente quando o ângulo de varredura ( $\phi_s = \phi_{ex} - \phi_{st}$ ) for maior do que o espaçamento entre os dentes – ou ângulo de corte ( $\phi_p$ ). Quando mais de um dente cortar simultaneamente, a contribuição de cada dente deve ser considerada no cálculo da força. Sempre que  $\phi_{st} \leq \phi_j \leq \phi_{ex}$ , pode-se calcular a força total em cada direção através das seguintes relações:

$$F_x = \sum_{j=1}^N F_{xj}(\phi_j), \quad F_y = \sum_{j=1}^N F_{yj}(\phi_j), \quad F_z = \sum_{j=1}^N F_{zj}(\phi_j)$$

Cada termo representa a contribuição de um dente na força de corte. Se o dente  $j$  está fora da zona de imersão, sua contribuição para a força total é zero. A força resultante instantânea no cortador (ou na peça) é dada por: [5]

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

### 1.9. Forças de corte no Processo de Fresamento de Topo Helicoidal

Fresamento de topo helicoidal é utilizado para reduzir grandes variações na força de corte no fresamento e é utilizado quando a profundidade de corte é grande e a largura, pequena. Um típico cortador helicoidal é exibido na Figura 10. Se o ângulo de hélice do cortador é  $\beta$ , um ponto no eixo da aresta de corte do cortador estará defasado em relação à extremidade da ferramenta. O ângulo de defasagem ( $\psi$ ) no eixo de profundidade de corte  $z$  é determinado por: [5]

$$\tan \beta = \frac{D \cdot \psi}{2z}$$

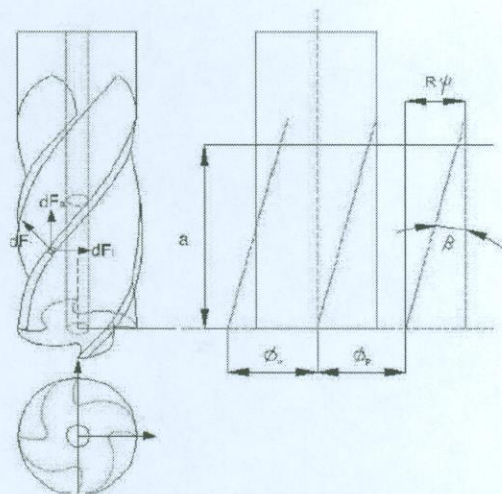


Figura 10 - Defasagem de ângulo entre dentes

## 2. Metodologia (ou Materiais e Métodos)

### 2.1. Modelos de Forças de Corte em Fresamento de Topo Aplicados

Nesta seção será apresentado dois modelos de força de corte, um bem simples e outro razoavelmente mais complexo. Para o modelo mais elaborado, encontra-se em anexo (Anexo 2) um algoritmo para a simulação numérica para a obtenção das forças de corte no processo de fresamento de topo, consulte também o item Resultados. Estes modelos foram extraídos de *papers* publicados em revistas científicas e os nomes de



seus autores encontram-se nas referencias bibliográficas. Ambos baseiam-se no conceito de pressão específica de corte e no coeficiente de força da aresta de corte proporcional à profundidade de corte, como será notado.

### 2.1.1. O Modelo mais Simples.

No fresamento de topo existem duas componentes de força aplicadas em cada dente: a tangencial e a radial. A força tangencial ( $F_t$ ) e radial ( $F_r$ ), figura 11, atuantes em um único dente numa profundidade  $a$  podem ser escritas por:

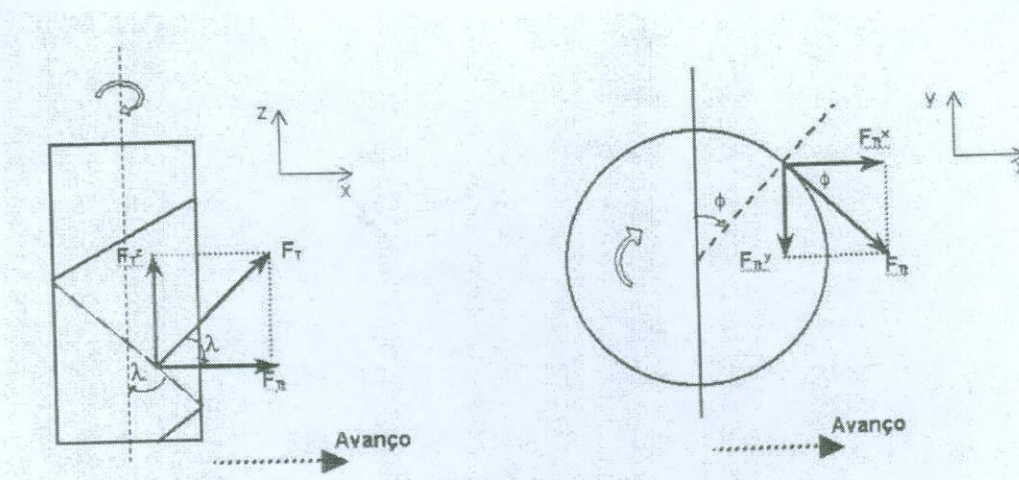


Figura 11 – Detalhes das forças tangenciais e radiais [2]

$$\begin{aligned} F_{tj} &= K_s \cdot a \cdot c \cdot \sin \phi_j + a \cdot C_w \cdot V_B \\ F_{rj} &= R_1 \cdot K_s \cdot a \cdot c \cdot \sin \phi_j + R_2 \cdot a \cdot C_w \cdot V_B \end{aligned} \quad (1)$$

Onde  $K_s$  é a pressão específica de corte,  $a$  é a profundidade do corte,  $c$  o avanço por dente, e  $\phi_j$  o ângulo instantâneo de rotação dado por  $\phi_j(0) = \omega t + j\phi_p$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ , definido abaixo, onde  $\omega$  é a velocidade angular e  $j$ , o dente.  $C_w$  é a constante de força que não influencia no cisalhamento e  $V_B$  a largura do desgaste na aresta de corte.

A força resultante ( $R$ ) atuante no dente  $j$  é dada por:

$$R_j = \sqrt{F_{tj}^2 + F_{rj}^2} \quad (2)$$

As equações (1) consistem em dois termos. O primeiro está relacionado à formação de cavaco, enquanto que o segundo, à força de atrito gerada pelo desgaste da aresta de corte da ferramenta ( $V_B$ ), que pode ser determinado por medições experimentais da média de desgaste em cada dente da ferramenta:

$$V_B = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N V_B(i)$$

Onde  $N$  é o número de arestas cortantes da ferramenta.



As forças nas direções cartesianas são determinadas por transformação de coordenadas, sendo  $\lambda$  o ângulo de hélice:

$$\begin{Bmatrix} F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) \cdot \cos(\phi_j) & \sin(\phi_j) & 0 \\ -\cos(\lambda) \cdot \sin(\phi_j) & \cos(\phi_j) & 0 \\ \sin(\lambda) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{tj} \\ F_{rj} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

O resultado acima foi obtido para uma aresta de corte. Numa ferramenta multicortante, deve ser somada a contribuição de cada uma das  $N$  arestas :

$$\{R\} = \sum_{j=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \end{Bmatrix};$$

Resultados computacionais deste modelo podem ser obtidos na referência [2].

### 2.1.2. O Modelo mais Elaborado.

Para este modelo é considerado um processo de fresamento de topo com ferramenta com ângulo de hélice  $\beta$ , diâmetro  $D$ , número de dentes  $N$  e a profundidade de corte ( $a$ ) são constantes. Considerando que a extremidade de um dente seja designada como o ângulo de imersão de referência  $\phi$ , a extremidade dos dentes remanescentes está no ângulo  $\phi_j(0) = \phi + j\phi_p$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ . Em uma profundidade de corte  $z$ , o ângulo de defasagem é  $\psi = k_\beta \cdot z$ , onde  $k_\beta = (2 \tan \beta)/D$ . O ângulo de imersão para um dente  $j$  em uma profundidade  $z$  é dado por [5][6]:

$$\phi_j(z) = \phi + j\phi_p - k_\beta z$$

As forças tangencial ( $dF_{t,j}$ ), radial ( $dF_{r,j}$ ) e axial ( $dF_{a,j}$ ) atuantes em um elemento diferencial do dente com altura  $dz$  são expressas por:

$$\begin{cases} dF_{t,j}(\phi, z) = [K_{tc} \cdot h_j \cdot (\phi_j(z)) + K_{te}] \cdot dz \\ dF_{r,j}(\phi, z) = [K_{rc} \cdot h_j \cdot (\phi_j(z)) + K_{re}] \cdot dz \\ dF_{a,j}(\phi, z) = [K_{ac} \cdot h_j \cdot (\phi_j(z)) + K_{ae}] \cdot dz \end{cases}$$

Escrevendo as forças em coordenadas cartesianas:

$$\begin{cases} dF_{x,j}(\phi_j(z)) = -dF_{t,j} \cos \phi_j(z) - dF_{r,j} \sin \phi_j(z) \\ dF_{y,j}(\phi_j(z)) = +dF_{t,j} \sin \phi_j(z) - dF_{r,j} \cos \phi_j(z) \\ dF_{z,j}(\phi_j(z)) = +dF_{a,j} \end{cases}$$

Substituindo nas equações das forças em coordenadas cartesianas as forças diferenciais e a espessura do cavaco que é dada por  $h_j(\phi, z) = c \cdot \sin \phi_j(z)$ , tem-se:



$$\begin{cases} dF_{x,j}(\phi_j(z)) = \left\{ \frac{c}{2} \cdot [-K_{tc} \sin 2\phi_j(z) - K_{rc} \cdot (1 - \cos 2\phi_j(z))] + [-K_{te} \cos \phi_j(z) - K_{re} \sin \phi_j(z)] \right\} dz \\ dF_{y,j}(\phi_j(z)) = \left\{ \frac{c}{2} \cdot [K_{tc} \cdot (1 - \cos 2\phi_j(z)) - K_{rc} \sin 2\phi_j(z)] + [K_{te} \sin \phi_j(z) - K_{re} \cos \phi_j(z)] \right\} dz \\ dF_{z,j}(\phi_j(z)) = [K_{ac} c \sin \phi_j(z) + K_{ae}] dz \end{cases}$$

As forças diferenciais são integradas analiticamente ao longo da região que executa cortes no dente, obtendo a força total exercida em cada dente:

$$F_q(\phi_j(z)) = \int_{z_{j,1}}^{z_{j,2}} dF_q(\phi_j(z)) dz, \quad q = x, y, z$$

Onde  $z_{j,1}(\phi_j(z))$  e  $z_{j,2}(\phi_j(z))$  são os limites superior e inferior da região que executa corte no dente  $j$ . Lembrando-se que  $\phi_j(z) = \phi + j\phi_p - k_\beta z$ , e que  $d\phi_j(z) = -k_\beta dz$ , tem-se:

$$\begin{aligned} F_{x,j}(\phi_j(z)) &= \left\{ \frac{c}{4k_\beta} [-K_{tc} \cos 2\phi_j(z) + K_{rc} (2\phi_j(z) - \sin 2\phi_j(z))] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_\beta} [K_{te} \sin \phi_j(z) - K_{re} \cos \phi_j(z)] \right\}_{z_{j,1}(\phi_j(z))}^{z_{j,2}(\phi_j(z))} \\ F_{y,j}(\phi_j(z)) &= \left\{ \frac{-c}{4k_\beta} [K_{tc} (2\phi_j(z) - \sin 2\phi_j(z)) + K_{rc} \cos 2\phi_j(z)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_\beta} [K_{te} \cos \phi_j(z) + K_{re} \sin \phi_j(z)] \right\}_{z_{j,1}(\phi_j(z))}^{z_{j,2}(\phi_j(z))} \\ F_{z,j}(\phi_j(z)) &= \frac{1}{k_\beta} [K_{ac} c \cos \phi_j(z) - K_{ae} \phi_j(z)]_{z_{j,1}(\phi_j(z))}^{z_{j,2}(\phi_j(z))} \end{aligned}$$

O resultado apresentado é para uma aresta de corte. Numa ferramenta multicortante, deve-se somar a contribuição individual de cada aresta.

Utilizando-se as ferramentas matemáticas do ambiente Scilab [8] foi elaborado um algoritmo para integração numérica das equações. Veja o item Resultados para resultados da aplicação deste modelo.

## 2.2. Modelos para Flutuações de Forças de Corte

### 2.2.1. Modelo Deflexão Estática

A ferramenta de corte em fresamento de topo pode ser vista como uma barra que sofre deflexão estática quando da aplicação de forças radiais, figura 12.



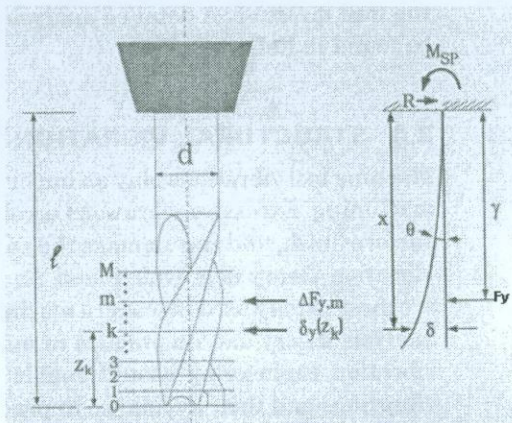


Figura 12 – Detalhe da deflexão estática da ferramenta [5]

Pode-se expressar a deformação elástica máxima de uma viga em balanço por:

$$\delta = \frac{F}{k}, \quad k = \frac{3EI}{l^3} \text{ e } I = \frac{\pi D^4}{64}$$

Mas numa ferramenta multicortante de fresamento de topo e com ângulo de hélice não nulo, as forças de corte variam ao longo da aresta cortante. Baseando-se no modelo 2.2.2, a força na direção y de

um elemento infinitesimal é dada por:

$$dF_y = \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \frac{c}{2} \cdot [K_{tc} \cdot (1 - \cos 2\phi_j(z)) - K_{rc} \sin 2\phi_j(z)] + [K_{te} \sin \phi_j(z) - K_{re} \cos \phi_j(z)] \right\} \Delta z,$$

$$\phi_j = \phi + j\phi_p - k_b m \Delta z$$

Onde m é a posição na ferramenta dividida em M partes, conforme figura 12.

É sabido da Resistência dos Materiais que a deflexão estática de uma viga em balanço é:

$$\delta_m = \frac{dF_y}{6EI} (2L^3 - 3L^2 z_k + z_k^3), \text{ com } z_k = m \Delta z.$$

A deflexão será dada pela somatória:

$$\delta = \sum_{m=1}^M \delta_m$$

Essa deflexão afeta o acabamento superficial e a precisão da peça sendo usinada, pois a profundidade de corte é alterada. Causa também flutuações da força de corte: a próxima passagem de dente encontrará uma profundidade de corte superior ao esperado e assim sucessivamente.

### 2.2.2. Modelo Vibração Estrutural

O modelo de vibração regenerativa deve-se à flexibilidade estrutural do sistema peça-ferramenta, oscilando quando da aplicação de forças. A ondulação deixada pela passagem da aresta cortante (ou dente, no caso de fresamento) é removida pela próxima revolução da ferramenta (ou do próximo dente, no fresamento), que também deixa a superfície usinada ondulada, dando origem às vibrações auto-excitadas regenerativas e de acoplamento. Vibrações regenerativas ocorrem antes das vibrações por acoplamento na maioria das máquinas e são devidas às diferenças de fase entre as ondulações da superfície usinada e a que está sendo usinada [5].



Ferramentas de fresamento podem ser modeladas com dois graus de liberdade. Um modelo simplificado será analisado:

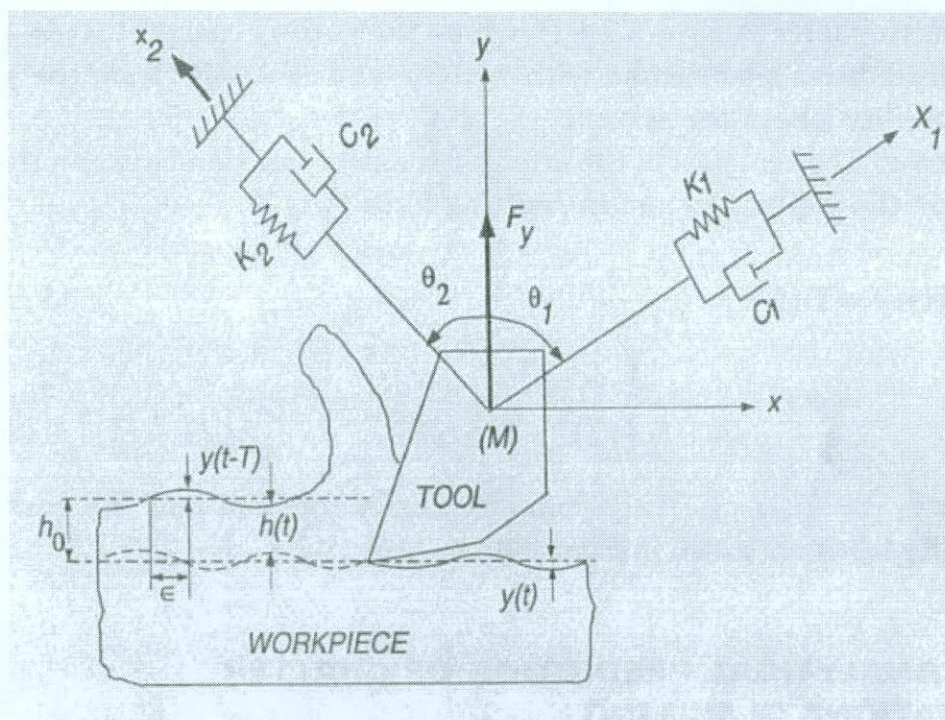


Figura 13 – Graus de Liberdade da Ferramenta [5]

A superfície sendo usinada apresenta duas ondulações, a que está sendo gerada pela ferramenta e a que foi gerada na passagem anterior. Assim a espessura de corte dinâmica é expressa por:

$h(t) = h_0 - [y(t) - y(t - T)]$ , em que  $h_0$  é a espessura desejada e  $T$  é o período de uma revolução.

Note que se  $[y(t) - y(t - T)] > h_0$  a ferramenta não estará cortando. Isto representa uma descontinuidade do sistema.

Aplicando a transformada de Laplace na expressão acima, ficamos com:

$$h(s) = h_0 + (e^{-sT} - 1)y(s)$$

Baseando-se novamente no modelo 2.2.2 e na definição de função transferência:

$$y(s) = Kah(s)\phi(s), \text{ onde } \phi(s) \text{ é a função transferência.}$$

Substituindo  $y(s)$  em  $h(s)$  e rearranjando os termos:



$$\frac{h(s)}{h_0(s)} = \frac{1}{1 + (1 - e^{-sT})Ka\phi(s)}$$

A estabilidade do sistema depende então das raízes do denominador. Assumindo uma raiz do tipo  $s = \sigma + j\omega_c$ , o  $\sigma$  no domínio do tempo implicará numa resposta exponencial decrescente ou crescente, dependendo de seu sinal. Numa situação crítica  $\sigma = 0$  e a raiz assume a forma  $s = j\omega_c$ . A função transferência pode ser decomposta em duas parcelas, uma real e outra imaginária,  $\phi(j\omega_c) = G + jH$ , o denominador fica então:

$$\{1 + Ka_{\text{lim}}[G(1 - \cos(\omega_c T) - H\sin(\omega_c T))]\} + j\{Ka_{\text{lim}}[G\sin(\omega_c T) - H(1 - \cos(\omega_c T))]\} = 0$$

Igualando a zero a parte real e a imaginária, obtemos:

$$\text{Imaginária : } \tan \psi = \frac{H}{G} = \frac{\sin(\omega_c T)}{\cos(\omega_c T) - 1}$$

$$\text{Real : } a_{\text{lim}} = \frac{-1}{2KG}$$

A parte real da função (G) transferência do sistema apresentado na figura 13, segundo [5], é:

$$G = \cos^2 \theta_1 \frac{1 - r_1^2}{k_1[(1 - r_1^2)^2 + (2\zeta_1 r_1)^2]} + \cos^2 \theta_2 \frac{1 - r_2^2}{k_2[(1 - r_2^2)^2 + (2\zeta_2 r_2)^2]}, r_1 = \frac{\omega}{\omega_{n1}}, r_2 = \frac{\omega}{\omega_{n2}}$$

Sendo  $\omega_{n1,2}$  as freqüências naturais do sistema e  $\omega$  a freqüência de rotação do fuso.

Com esta última equação, obtemos os lóbulos de estabilidade dinâmica:

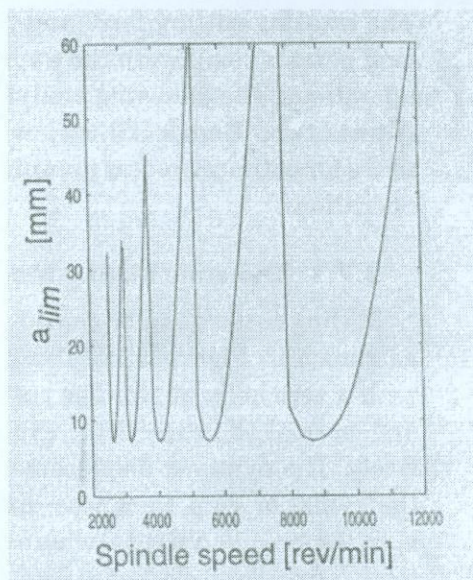


Figura 14 – Lóbulos de estabilidade dinâmica



### 3. Resultados

O trabalho consistiu basicamente em estudar as forças de corte atuantes em um processo de fresamento de topo e como são criados os modelos teóricos para a predição das forças de corte.

Um algoritmo de uso geral para o modelo 2.1.1 foi elaborado (vide Anexo 2) em linguagem Scilab [8]. Como citado anteriormente, um algoritmo para o modelo 2.2.1 é encontrado na referência [2].

Numa operação de fresamento de topo, com as seguintes condições:

Tabela 1 – Condições de Usinagem para Simulação

Variável	Valor e Unidade
Número de Dentes	4 (adimensional)
Rotação do fuso	400 rpm
Ângulo de Hélice	0° (adimensional)
Raio da Ferramenta	10,0 mm
Profundidade de Corte	2,0 mm
Avanço por Dente	0,1 mm/(volta*dente)
Ângulo de Entrada	0° (adimensional)
Ângulo de Saída	90° (adimensional)
Passo de Integração	50 (adimensional)
Passo de Ângulo da Ferramenta	10 (adimensional)
Constantes de Corte	$K_{tc} = K_{rc} = 1800,00 MPa$ $K_{ac} = 0,00 MPa$ $K_{te} = K_{re} = 0,30 N / m$ $K_{ae} = 0,00 N / m$

Sendo o ângulo de hélice nulo, supõe-se que na direção axial da ferramenta a força seja nula, logo, os coeficientes nessa direção. Para o fresamento concordante, o ângulo de entrada é diferente de zero e o de saída, zero. No fresamento discordante, vale o oposto. Os coeficientes de corte utilizados são comumente encontrados nas obras consultadas ou muito próximos.



Obtemos os seguintes gráficos pelo algoritmo, note no movimento concordante os impactos sofridos pela ferramenta de corte:

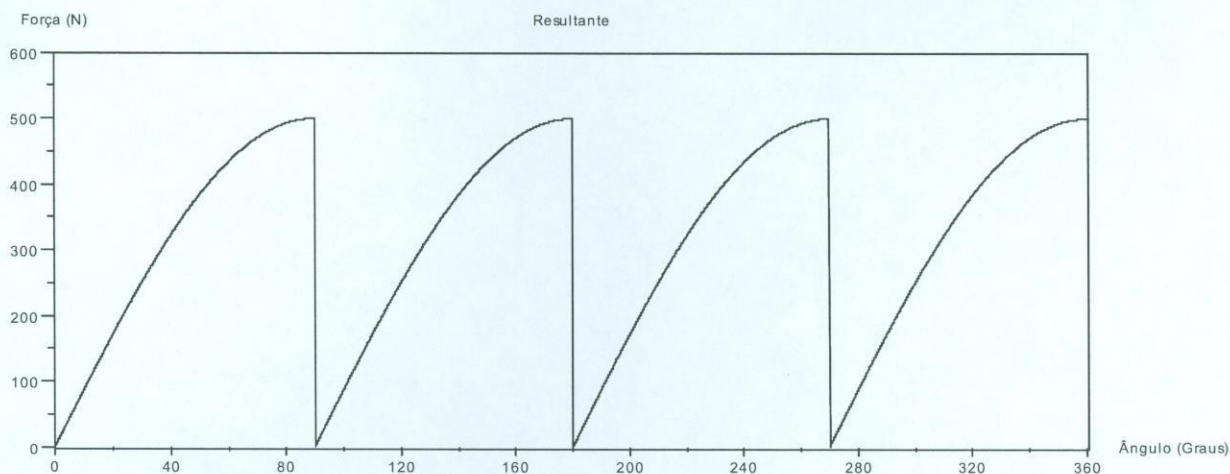


Figura 15 – Movimento Discordante

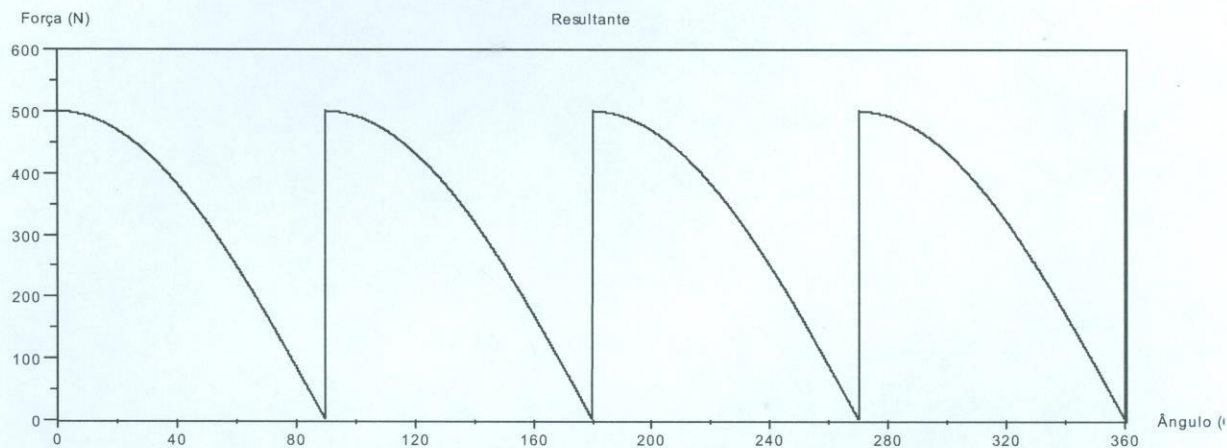


Figura 16 – Movimento Concordante

Para outras condições de usinagem, por exemplo, com ângulo de hélice não nulo, deve ser passadas outras variáveis de entradas ao algoritmo, seguindo a explicação comentada do código no Anexo 2.

#### 4. Discussão

##### Atendimento ao Cronograma e Dificuldades Encontradas

O cronograma foi parcialmente cumprido. Como o aluno de mestrado Guilherme Cruz Rossi começou o projeto do dinamômetro em janeiro e a construção prevista para julho e agosto, não foi possível a realização de ensaios experimentais, mas acompanhamos o projeto de partes do dinamômetro.



Devido à substituição do bolsista Valter Unterberger Filho pelo aluno de graduação Daniel Rodrigo Barreto Silva, foi necessário fazer uma nova revisão bibliográfica para que este pudesse compreender e continuar o trabalho, atrasando assim o cronograma previsto.

#### Continuação do Trabalho

Muito deve ser feito na parte experimental para aprimorar os modelos e estudar os mecanismos de formação do cavaco e adaptar os modelos para o fresamento tangencial e ferramentas multicortantes de geometria mais complexas.

Computacionalmente, a utilização do método dos elementos finitos na modelagem de processos de usinagem é encorajada para predição de temperatura, forças de corte, mecanismo de formação de cavaco no sistema peça-ferramenta.

#### 5. Conclusões

A comparação do modelo teórico com o modelo experimental é que vai validar do estudo teórico, não sendo possível então dar um parecer preciso se o trabalho até então realizado obteve sucesso ou não. Os modelos estudados, segundo seus autores, apresentaram resultados muito próximos do esperado.

Com o auxílio do aluno de mestrado Guilherme Rossi será possível construir o dinamômetro que possibilitará a finalização do trabalho com a comparação do método analítico com o experimental.

As constantes a serem utilizadas no modelo e no algoritmo devem ser obtidas experimentalmente para cada condição de usinagem, com o uso de um dinamômetro e análise das forças médias [5]. O valor utilizado é comumente encontrado nas obras consultadas.

O processo de fresamento de topo e os modelos de corte foram estudados de maneira mais detalhada do que o ensinado durante disciplinas de processos de fabricação, reforçando o valor da iniciação científica.

Por se tratar de um assunto razoavelmente recente, melhor aprofundado com o desenvolvimento do cálculo numérico, as bibliografias são, na grande maioria, recentes. Foi necessária muita leitura de artigos, e material científico, onde foi possível observar o interesse no mundo inteiro por este assunto, mas somente alguns foram realmente utilizados na elaboração deste relatório.

#### Agradecimentos

O apoio do Prof. Dr. Gilmar Ferreira Batalha e do aluno de mestrado Eng. Guilherme Cruz Rossi foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho, ensinando, criticando e corrigindo cada passo dado.

Ao CNPq que forneceu ajuda financeira com a bolsa de iniciação científica PIBIC 2004/2005, procurando assim melhorar assim a formação universitária no país.



### Referências bibliográficas

- [1] FERRARESI, D. **Fresamento**: tipos, operações, formas construtivas, afiação das fresas, forças e potências. São Paulo: Epusp, 1972.
- [2] SAITO, A. M.; TANAKA, R. Y. **Modelagem das forças de corte para a aplicação no monitoramento do desgaste da ferramenta em fresamento de topo**. 2002. 73p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da USP. São Paulo.
- [3] AVRUTIN, S. **Fundamentals of milling practice**. Moscow: Nicholas Weinstein.
- [4] FERRARESI, D. **Fundamentos da usinagem dos metais**. 1.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1988. v.1.
- [5] ALTINTAS, Y. **Manufacturing Automation**. Cambridge University Press, 2000
- [6] YOON, M. C.; KIM, Y. G. Cutting dynamic force modelling of endmilling operation. **Journal of Materials Processing Technology**, v.155-156, p. 1383-1389, 2004.
- [7] SMITH, S.; TLUSTY, J. An overview of modeling and simulation of the milling process. **Journal of Engineering for Industry**, v,113, p.169-175, 1991.
- [8] <http://scilabsoft.inria.fr/> - Software científico de código aberto. Página consultada diversas vezes no período de fevereiro/2005 a julho /2005



## ANEXO 1

### Algoritmo para a Simulação das Forças de Corte (Pseudocódigo) [5]

#### Dados de Entrada:

Condições de Corte	: $a, c, n, \phi_{st}, \phi_{ex}$
Geometria da Ferramenta	: $D, N, \beta$
Constantes de Corte	: $K_{tc}, K_{rc}, K_{ac}, K_{te}, K_{re}, K_{ae}$
Ângulo de Integração	: $\Delta\phi$
Altura da Integração	: $\Delta a$

#### Dados de Saída:

Forças de Corte	: $F_x(\phi), F_y(\phi), F_t(\phi), F_r(\phi), F_a(\phi), F(\phi)$
-----------------	--

#### Variáveis:

$\phi_p = \frac{2\pi}{N}$	; Ângulo de corte (ou espaçamento entre dentes);
$K = \frac{2\pi}{\Delta\phi}$	; Número de passos de integrações angulares;
$L = \frac{a}{\Delta a}$	; Número de passos de integrações na altura;
$i = 1$ to $K$	; Loop da integração angular;
$\phi(i) = \phi_{st} + i\Delta\phi$	; Ângulo de imersão da aresta inferior do dente;
$F_x(i) = F_y(i) = F_t(i) = 0.0$	; Inicializa o registro de integração das forças;
$k = 1$ até $N$	; Calcula a contribuição das forças de todos os dentes;
$\phi_1 = \phi(i) + (k-1)\phi_p$	; Ângulo de imersão para o dente $k$ ;
$\phi_2 = \phi_1$	; Memoriza o ângulo de imersão presente;
$j = 1$ to $L$	; Integração ao longo do eixo da profundidade de corte;
$a(j) = j \cdot \Delta a$	; Posição axial;
$\phi_2 = \phi_1 - \frac{2 \tan \beta}{D} \cdot a(j)$	; Atualização do ângulo de imersão com relação à hélice;



```

if  $\phi_{st} \leq \phi_2 \leq \phi_{ex}$  ; Se a aresta está cortando. Então;

 $h = c \sin \phi_2$  ; Espessura do cavaco neste ponto;

 $\Delta F_t = \Delta a (K_{tc} h + K_{te})$  ; Força tangencial diferencial;

 $\Delta F_r = \Delta a (K_{rc} h + K_{re})$  ; Força radial diferencial;

 $\Delta F_a = \Delta a (K_{ac} h + K_{ae})$  ; Força axial diferencial;

 $\Delta F_x = -\Delta F_t \cos \phi_2 - \Delta F_r \sin \phi_2$  ; Força de avanço diferencial;

 $\Delta F_y = \Delta F_t \sin \phi_2 - \Delta F_r \cos \phi_2$  ; Força normal diferencial;

 $F_x(i) = F_x(i) + \Delta F_x$  ; Soma das forças de corte;

 $F_y(i) = F_y(i) + \Delta F_y$  ; contribuintes em todas as;

 $F_t(i) = F_t(i) + \Delta F_t$  ; arestas ativas;

 $F_r(i) = F_r(i) + \Delta F_r$ 

 $F_a(i) = F_a(i) + \Delta F_a$ 

else

next j

next k

 $F(i) = \sqrt{F_x^2(i) + F_y^2(i) + F_a^2(i)}$  ; Força de corte resultante no ângulo de imersão  $\phi(i)$ ;

next i

plot(t, F) ; Imprimir  $F(i)$  variando o ângulo de imersão  $\phi(i)$ ;

stop

end

```



**ANEXO 2****Algoritmo Comentado para a Simulação das Forças de Corte (Linguagem do programa Scilab [8]):**

```
Z=4;           //Número de dentes
N=400;         //Rotação Fuso (rpm)
B=0.0;         //Ângulo de Hélice
R=10.0;        //Raio da Ferramenta (mm)
a=2.0;         //Profundidade de corte (mm)
ft=0.1;        //Avanço por dente (mm/volta*dente)
fe=0.0;        //Ângulo Entrada (rad)
fs=%pi/2;      //Ângulo Saída (rad)
fp=2*%pi/Z;    //Diferença de ângulos entre as arestas
p=50;          //Passo Integração Profundidade de Corte
q=10;          //Passo para Cálculos de Ângula da Ferramenta
Ktc=1800.0; Kte=0.3;
Krc=1800.0; Kre=0.3;
Kac=0.0; Kae=0.0;
dz=a/p;
w=(2*%pi*N/60);
b=tan(B)/R;

function [y,y1]=h(t,j,z)
y1=modulo(w*t+j*fp-z*b,2*%pi);
y=ft*sin(y1);
if y1<0.0 then
if ~(((y1+2*%pi)>=fe)&((y1+2*%pi)<=fs)) then
y1=%F;
y=%F;
end
else
```



```
if ~(y1>=fe)&(y1<=fs)) then

y1=%F;

y=%F;

end

end

endfunction

function [Ft,Fr,Fa,Fx,Fy]=integra(t)

Ft=0;Fr=0;Fa=0;Fx=0;Fy=0;z=0;

for i=1:(p-1)

z=(z+dz);

for j=0:(Z-1)

[_h,_f]=h(t,j,z);

if _f>=%F then

cf=cos(_f);

sf=sin(_f);

dFt=(Ktc*_h+Kte)*dz;

dFr=(Krc*_h+Kre)*dz;

dFa=(Kac*_h+Kae)*dz;

dFx=(-cf*dFt-sf*dFr);

dFy=( sf*dFt-cf*dFr);

Ft=Ft+dFt;

Fr=Fr+dFr;

Fa=Fa+dFa;

Fx=Fx+dFx;

Fy=Fy+dFy;

end

end

end

endfunction
```

```
t=[0:1/q:360];  
Ft1=zeros(t);  
Fr1=zeros(t);  
Fa1=zeros(t);  
Fx1=zeros(t);  
Fy1=zeros(t);  
for k=1: size(t)*[0;1];  
    [Ft1(k),Fr1(k),Fa1(k),Fx1(k),Fy1(k)]=integra(t(k)/(6*N));  
    Rt(k)=sqrt(Ft1(k)^2+Fr1(k)^2+Fa1(k)^2);  
end  
plot(t,Rt,"Ângulo (Graus)","Força (N)","Resultante");
```



### ANEXO 3

**Outros modelos de força de corte que podem ser aplicados em fresamento de topo.**

#### Modelo da Força Rígida Média e da Deflexão Estática

Um dos modelos mais simples, ainda assim muito popular, é baseado na taxa de remoção de material ( $Q$ ) e a potência média consumida ( $Pot$ ). Estas quantidades estão relacionadas através do parâmetro denominado potência específica ( $Pot_{sp}$ ) através da seguinte equação:

$$Pot = Pot_{sp} \cdot Q$$

Para materiais comuns, os valores de  $Pot_{sp}$  estão disponíveis na literatura. A taxa de remoção de material é função da profundidade de corte ( $h$ ), da largura do corte ( $b$ ), do número de dentes do cortador ( $N$ ), da carga de cavaco (avanço por dente) ( $c$ ) e da rotação da máquina ( $n$ ), e é dada por:

$$Q = h \cdot b \cdot N \cdot c \cdot n$$

O torque médio ( $T$ ) pode ser calculado:

$$T = \frac{Pot}{\omega}$$

Uma vez conhecido o diâmetro do cortador ( $d$ ), pode-se calcular a força tangencial de corte média ( $F_c$ ):

$$F_c = Pot_{sp} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot d \cdot n}$$

A força de deflexão ( $F_s$ ) que age normal à ferramenta pode ser utilizada para uma primeira aproximação como sendo metade da força média de corte:

$$F_s = 0,5 \cdot F_c$$

Assim, “Força Rígida Média” indica que a força foi computada com base na potência média (que nos leva a uma força média), e que a deflexão do cortador não participa do cálculo da força (a ferramenta é rígida para o cálculo das forças). “Deflexão Estática” implica que a deflexão da ferramenta é considerada simplesmente proporcional à força média e que a inércia do sistema (ferramenta, peça e cabeçote que se movimenta) não foi considerada. [7]

#### Modelo da Força Rígida Instantânea

Este modelo possui uma abordagem mais realista das forças de corte. Ele não considera a força produzida na ferramenta por ser simplesmente proporcional à potência produzida, considerando a força instantânea em seções incrementais da aresta de corte helicoidal e usa a soma vetorial da força de corte. A deflexão na ferramenta é desconsiderada, por isso a designação “Rígida”. Por isso o modelo é utilizado apenas

para o cálculo de força e não para deflexão e informação da superfície gerada. A força tangencial em cada incremento é considerada proporcional à área frontal do cavaco que está sendo removido naquele incremento.

$$F_i = K_s \cdot b_i \cdot h_i$$

Onde  $K_s$ , chamada pressão específica de corte, é numericamente equivalente à constante de proporcionalidade  $Pot_{sp}$  usado no “Modelo de Força Rígida Média e da Deflexão Estática” e  $b_i$  e  $h_i$  são respectivamente a largura e a espessura instantânea do cavaco para o incremento.

A força de corte é obtida através da soma vetorial das forças tangenciais e radiais em todos os elementos cortantes. [7]

### **Modelo de Força Rígida Instantânea e de Deflexão Estática**

Essencialmente, este modelo é uma extensão do “Modelo da Força Rígida Instantânea”. Este modelo calcula a força da mesma forma, porém também dá uma indicação da deflexão da ferramenta e da superfície gerada. Neste modelo a deflexão é tomada como sendo proporcional à força e a inércia do sistema não é considerada.

Tanto o “Modelo da Força Rígida Instantânea” e o “Modelo da Força Rígida Instantânea e de Deflexão Estática” possuem uma enorme deficiência: eles primeiro calculam a força instantânea que vêm, e depois tomam o deslocamento da ferramenta com base somente na força. A deflexão da ferramenta não tem nenhum efeito no cálculo da força. [7]

### **Modelo da Força Instantânea com Deflexão Estática Realimentado**

Neste modelo a deflexão da ferramenta não é somente calculada com base na força, mas também é realimentada para ter influência na própria força. Se a ferramenta é considerada rígida, a força tangencial em um dente particular durante o corte é dada por:

$$F = K_s \cdot b \cdot h$$

Onde  $b$  e  $h$  são, respectivamente, a largura e a espessura instantânea do cavaco para este dente e  $K_s$  é a pressão específica de corte. A deflexão da ferramenta afeta somente o parâmetro  $h$ , e se a deflexão da ferramenta for considerada, a equação da força passa a ser:

$$F = K_s \cdot b \cdot \left( h - \frac{F}{k} \right)$$

Onde  $k$  é o coeficiente de rigidez e o termo  $F/k$ , a deflexão da ferramenta. Assume-se que a deflexão ao longo do eixo da ferramenta é constante e válido apenas para pequenas profundidades de corte axiais. Então,  $h - F/k$  é a espessura do cavaco para este primeiro passo.



Para o segundo dente, a espessura do cavaco a ser removido é o avanço por dente mais o material deixado na superfície por causa da deflexão durante a usinagem do dente anterior. A espessura do cavaco para o segundo dente ( $h_2$ ) é dado por:

$$h_2 = h - \frac{F_2}{k} + \frac{F}{k}$$

Onde  $F/k$  representa o material deixado pela passagem do primeiro dente e  $F_2/k$  é a deflexão do dente ocorrida neste passo. Então a força no segundo dente é ser dada por:

$$F_2 = K_s \cdot b \cdot h_2$$

Faz-se o mesmo raciocínio para, caso haja, todos os dentes seguintes. [7]

### Modelo de Força Regenerativa e de Deflexão Dinâmica

“Força Regenerativa” significa que a força em cada dente depende não somente do avanço por dente e da deflexão da ferramenta, mas também da superfície gerada pela passagem do dente anterior. Desta forma, a força no dente pode escrita da seguinte forma:

$$F_{i+1} = K_s \cdot b \cdot (h + z_i - z_0)$$

Onde  $i$  é o índice de cada passo,  $z_i$  é a deflexão normal à superfície da ferramenta e  $z_0$  é a deflexão do dente que gerou anteriormente a superfície (pode ser qualquer passo anterior).

“Deflexão Dinâmica” significa que a inércia do sistema foi considerada na determinação da deflexão da ferramenta e das forças envolvidas. A informação dinâmica sobre a ferramenta é expressa em múltiplos graus de liberdade (expresso em coordenadas modais) em que a cada dois, eles são mutuamente perpendiculares. A cada instante, a força em cada dente envolvido no corte é calculada e somada vetorialmente. As acelerações são calculadas em todos os graus de liberdade baseadas na força e integradas duas vezes para indicar os deslocamentos da ferramenta. Para cada coordenada tem-se:

$$F_i = m\ddot{x}_i + c\dot{x}_i + kx_i$$

Assim, para uma aproximação:

$$\ddot{x}_i = (F_i - c\dot{x}_i - kx_i)/m$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \ddot{x}_i \cdot \Delta t$$

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \cdot \Delta t$$

Sendo  $c$  coeficiente de amortecimento e não o avanço da ferramenta, e  $m$  é a massa da ferramenta.

A razão pela qual este modelo é uma aproximação pode ser visto nas equações logo acima que mostram que a força na ferramenta depende de sua deflexão e da superfície deixada pelo dente anterior no mesmo instante. As equações consideram somente a influência da deflexão, velocidade e superfície do passo anterior. Essa aproximação é razoável se os intervalos de tempo de cada passo forem suficientemente pequenos e isso permitir uma simulação no computador. [7]